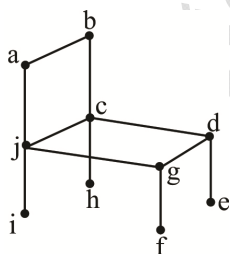


تعداد صفحات: ۲	ساعت شروع: ۱۶	رشته: ریاضی فیزیک	سوالات شبه آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۲۰
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
------	------------------------	------

۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. (آ) هم ارزی منطقی اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها به صورت $(p_1 \vee p_2 \vee \dots \vee p_n) \Rightarrow r \equiv \dots$ است. (ب) اگر بخواهیم دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را بر عددی تقسیم کنیم باید پیمانه آن هم نهشتی را بر آن عدد و پیمانه تقسیم کنیم. (پ) اگر در گراف G از مرتبه p و اندازه q داشته باشیم $\Delta = \delta = 3$ در این صورت p عددی نیست. (ت) مجموع درایه‌های سطر اول یک مربع لاتین 5×5 برابر با است.	۱
۱/۵	هرگاه $a \in \mathbb{Z}$ و حاصل $\frac{2a^2 + 2a + 7}{a - 1}$ یک عدد صحیح باشد، در این صورت مقادیر ممکن برای a را به دست آورید.	۲
۱/۲۵	باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح n بر ۳ و ۷ به ترتیب ۱ و ۵ است، باقی‌مانده تقسیم n را بر ۲۱ بیابید؟	۳
۱/۲۵	هرگاه a و b و c اعداد صحیح و m و n عددی طبیعی باشند، به طوری که $a \equiv b$ و $b \equiv c$ و $a \equiv c$ آنگاه ثابت کنید $(m, n) \equiv \dots$ <i>@Azmoonha_Azmayeshi</i>	۴
۱/۵	هرگاه دو عدد $8a - 5$ و $1 - 4a$ در یک دسته هم‌نهشتی به پیمانه ۱۱ قرار داشته باشند، آنگاه باقی‌مانده تقسیم $a^2 - 3a + 2$ بر ۱۱ را بیابید.	۵
۰/۷۵	در گراف ساده G ، دو رأس a و b مجاورند و $\deg(b) = 4$ اگر یال ab با ۶ یال مجاور باشد، رأس a با چند رأس مجاور است؟ شکلی برای این گراف رسم کنید.	۶
۱	گراف G از مرتبه ۱۸ و اندازه ۲۴ فقط رأس‌های درجه ۲ و ۳ و ۵ دارد. اگر تعداد رأس‌های درجه ۲، چهار برابر تعداد رأس‌های درجه ۳ باشد این گراف چند رأس از درجه ۵ دارد؟	۷
۱	گراف G گرافی ناهمبند و ۲- منتظم از مرتبه ۷ است: (آ) گراف G را رسم کنید. (ب) این گراف چند مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد؟	۸
۲	گراف G را به صورت زیر رسم کرده‌ایم در این صورت: (آ) عدد احاطه‌گری G را به دست آورید. (ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم بنویسید. (پ) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال بنویسید. (ت) یک مسیر به طول ۷ و یک دور به طول ۶ بنویسید.	۹
۱	(آ) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه‌گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه‌گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. (ب) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه‌گری ۲ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه‌گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۱۰
	«ادامه سوالات در صفحه دو»	



تعداد صفحات: ۲	ساعت شروع: ۱۶	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات شبه آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۲۰
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
------	------------------------	------

۱۱	<p>آ) گراف P_2 را رسم کنید، سپس یک $7-$ مجموعه از آن مشخص کنید.</p> <p>ب) گراف n رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ داشته باشد.</p>	۱
۱۲	با ارقام ۱، ۱، ۲، ۲، ۳، ۲، ۴، ۴، ۵ چند عدد ۹ رقمی می توان نوشت؟	۰/۷۵
۱۳	<p>۷ نفر فوتبالیست و ۶ نفر داور به چند طریق می توانند کنار هم در یک ردیف قرار گیرند، اگر بخواهیم:</p> <p>آ) همواره فوتبالیست ها کنار هم و داورها نیز همگی کنار هم باشند.</p> <p>ب) هیچ دو فوتبالیستی و هیچ دو داوری کنار هم نباشند.</p>	۱
۱۴	در یک کلاس ۴۲ نفری، ۱۵ نفر عضو گروه آزمایشگاه و ۱۲ نفر عضو گروه فوتبال و ۷ نفر آن ها عضو هر دو گروه هستند، چند نفر از آن ها عضو هیچ یک از دو گروه نیستند؟	۱/۲۵
۱۵	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد. به شرط آن که $x_1 > 2$ و $x_3 > 3$ باشد؟ @Azmoonha Azmayeshi	۱/۵
۱۶	<p>مربع لاتین A را در نظر بگیرید، با اعمال یک جایگشت، مربع لاتین B را تولید کنید. سپس متعامد بودن دو مربع لاتین A و B را بررسی نمایید.</p> <p>$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$</p>	۱/۲۵
۱۷	مجموعه اعداد $A = \{1, 2, 3, \dots, 84\}$ را در نظر می گیریم، نشان دهید هر زیر مجموعه ۴۳ عضوی از A دارای حداقل ۲ عضو است که مجموعشان برابر با ۸۵ است.	۱
۲۰	جمع نمره	«موفق و پیروز باشید.»


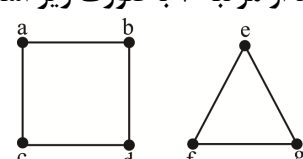
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۲۰	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۴	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	$(p_1 \Rightarrow r_1) \wedge (p_2 \Rightarrow r) \wedge \dots \wedge (p_n \Rightarrow r) \quad (۰/۲۵)$ (پ) فرد $(۰/۲۵)$ $1+2+3+4+5 = \frac{5 \times 6}{2} = 15$	(آ) (ب) ب.م.م $(۰/۲۵)$ (ت)
۱/۵	چون حاصل $\frac{2a^2 + 3a + 7}{a-1}$ عدد صحیح است، پس $(a-1) \mid 2a^2 + 3a + 7 \quad (۰/۲۵)$ $(a-1) \mid (a-1) \Rightarrow (a-1) \mid a^2 - 1 \Rightarrow (a-1) \mid 2a^2 - 2 \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} (a-1) \mid 2a^2 - 2 \\ (a-1) \mid 2a^2 + 3a + 7 \end{cases} \Rightarrow (a-1) \mid 3a + 9 \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} (a-1) \mid 3(a-1) \\ (a-1) \mid 3a + 9 \end{cases} \Rightarrow (a-1) \mid 12 \Rightarrow \begin{cases} a-1 = \pm 1 \\ a-1 = \pm 2 \\ a-1 = \pm 3 \\ a-1 = \pm 4 \\ a-1 = \pm 6 \\ a-1 = \pm 12 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$ و از این جا دوازده مقدار ممکن صحیح برای a به دست می آید. $(۰/۵)$	۲
۱/۲۵	$\begin{cases} n = 3q + 1 \quad (۰/۲۵) \\ n = 7q' + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7n = 21q + 7 \quad (۰/۲۵) \\ 6n = 42q' + 30 \end{cases} \Rightarrow n = 21 \underbrace{(q - 2q')}_{q'' \in \mathbb{Z}} - 23 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow n = 21q'' - 23 = 21(q'' + 2 - 2) - 23 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow n = 21 \underbrace{(q'' - 2)}_{q_1 \in \mathbb{Z}} + 42 - 23 \Rightarrow n = 21q_1 + 19 \quad (۰/۲۵)$	۳
۱/۲۵	$a \equiv b \Rightarrow m \mid a - b \quad (۰/۵)$ $a \equiv c \Rightarrow n \mid b - c$ از طرفی می دانیم که $(m, n) \mid m$ و $(m, n) \mid n$ ، بنابراین داریم: $(۰/۲۵)$ $\left. \begin{array}{l} (m, n) \mid m, m \mid a - b \Rightarrow (m, n) \mid a - b \\ (m, n) \mid n, n \mid b - c \Rightarrow (m, n) \mid b - c \end{array} \right\} \Rightarrow (m, n) \mid a - c \Rightarrow a \equiv c \quad (۰/۵)$	۴
«ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دو»		

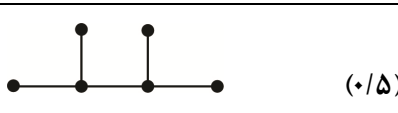
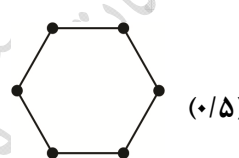
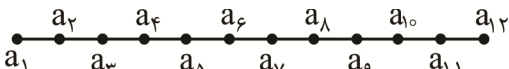
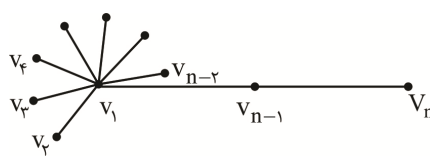
راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۲۰
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحات: ۴	شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۵	$1 - 4a \equiv 8a - 5 \Rightarrow 12a \equiv 6 \xrightarrow{(6,11)=1} 2a \equiv 1 + 11 = 12 \xrightarrow{(2,11)=1} a \equiv 6 \quad (0/5)$ $a \equiv 6 \Rightarrow \begin{cases} a^2 \equiv 36 \\ -3a \equiv -18 \Rightarrow a^2 - 3a + 2 \equiv 36 - 18 + 2 = 20 \equiv 9 \Rightarrow a^2 - 3a + 2 \equiv 9 \quad (0/75) \\ 2 \equiv 2 \end{cases}$ <p>بنابراین باقی مانده تقسیم $a^2 - 3a + 2$ بر ۱۱ برابر با ۹ است.</p>	۱/۵
۶	<p>چون درجه رأس b، ۴ است و a و b مجاورند. پس رأس b با سه رأس دیگر مجاور است لذا به غیر از ab باید سه یال دیگر از b عبور کند و چون طبق فرض مسأله یال ab با ۶ یال مجاور است پس $6 - 3 = 3$ یال دیگر باید از a عبور کنند (به غیر از یال ab) بنابراین رأس a با ۴ رأس مجاور است. (۰/۵)</p>  <p>(۰/۲۵)</p>	۰/۷۵
۷	<p>فرض کنیم تعداد رأس‌های درجه ۳، x باشد در این صورت داریم:</p> $18 = مرتبهٔ G = \text{تعداد رأس‌های درجه ۴} + \text{تعداد رأس‌های درجه ۳} + \text{تعداد رأس‌های درجه ۲}$ $4x + x + y = 18 \Rightarrow 5x + y = 18 \quad (1) \quad (0/25)$ <p>از طرفی مجموع درجات رئوس طبق قضیه دو برابر تعداد یال‌ها است پس:</p> $2 \times (4x) + 3 \times x + 5y = 2 \times 24 \Rightarrow 11x + 5y = 48 \quad (2) \quad (0/5)$ $(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} 5x + y = 18 \\ 11x + 5y = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \quad (\text{سه رأس درجه ۳}) \\ y = 3 \quad (\text{سه رأس درجه ۵}) \end{cases} \quad (0/25)$ <p>(طبق فرض باید $4 \times 3 = 12$ رأس درجه ۲ داشته باشیم.)</p>	۱
۸	<p>تنها شکل گراف ۲- منتظم و ناهمبند از مرتبه ۷ به صورت زیر است:</p>  <p>(آ) (۰/۲۵)</p> <p>ب) برای احاطه کردن ۴ رأس سمت چپ هر دو رأس از این ۴ رأس لازم هستند که به $\binom{4}{2} = 6$ طریق می توان دو رأس را به دست آورد و برای احاطه کردن ۳ رأس سمت راست، یک رأس از این ۳ رأس لازم است که به $\binom{3}{1} = 3$ طریق انجام پذیر است. پس به $6 \times 3 = 18$ طریق می توان مجموعه سه عضوی به عنوان مجموعه احاطه گر مینیمم معرفی کرد. (۰/۷۵)</p> <p>$(\{a, b, e\}, \{a, b, f\}, \{a, b, g\}, \{a, d, e\}, \{a, d, g\}, \dots, \{d, c, f\})$</p>	۱
«ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سه»		

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۲۰	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۴	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۹	<p>آ) می دانیم $\gamma(G) \leq \left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ که n تعداد رأس ها و Δ ماکزیمم درجه گراف است. $\gamma(G) \geq \left\lfloor \frac{10}{4+1} \right\rfloor = 2$.</p> <p>از طرفی با توجه به گراف G با سه رأس نمی توان مجموعه احاطه گر برای G تشکیل داد ولی مجموعه $D = \{c, j, e, f\}$ با چهار عضو یک مجموعه احاطه گر است پس $\gamma(G) = 4 =$ عدد احاطه گری (۰/۷۵)</p> <p>ب) $D = \{c, j, d, f\}$ (۰/۲۵)</p> <p>پ) $K = \{a, i, f, h, e\}$ مجموعه احاطه گری مینیمال (۰/۲۵)</p> <p>ت) مسیر به طول ۷ $f g d c b a j i \leftarrow$ (۰/۲۵)</p> <p>دور به طول ۶ $c b a j g d c \leftarrow$ (۰/۲۵)</p>	۲
۱۰	<p>آ)  (۰/۵)</p> <p>ب)  (۰/۵)</p>	۱
۱۱	<p>آ) </p> <p>یک γ-مجموعه برای این گراف برابر است با: $\{a_2, a_5, a_8, a_{11}\}$ (۰/۵)</p> <p>ب) </p> <p>در این گراف دو مجموعه احاطه گر وجود دارد که عبارتند از: $\{v_1, v_n\}$ و $\{v_1, v_{n-1}\}$</p>	۱
۱۲	<p>$\frac{9!}{2! \times 3! \times 2!}$</p>	۰/۷۵
۱۳	<p>آ) $6! \times 7! \times 6!$ (۰/۵)</p> <p>ب) $7! \times 6!$ (۰/۵)</p>	۱
۱۴	<p>$S = 42$</p> <p>$A = 15$: گروه آزمایشگاهی</p> <p>$B = 12$: گروه فوتبالی</p> <p>$A \cap B = 7$</p> <p>$\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B} = S - A \cup B = S - (A + B - A \cap B)$ (۰/۲۵)</p> <p>$= 42 - (15 + 12 - 7) = 22$ (۰/۵)</p>	۱/۲۵
«ادامه راهنمای تصحیح در صفحه چهار»		

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۲۰	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۴	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	کافی است در معادله داده شده، فرض کنیم x_i ، تعداد انتخاب‌ها از گل نوع i ام است ($1 \leq i \leq 5$) ($0/5$) در این صورت می‌خواهیم ۱۴ شاخه گل را از بین ۵ نوع گل انتخاب کنیم با این شرط که از گل نوع اول حداقل ۳ شاخه و از گل نوع سوم حداقل ۴ شاخه انتخاب شود پس ($0/5$) $n = 14 - 3 - 4 = 7$ و $k = 5$ که به تعداد $\binom{n+(k-1)}{k-1} = \binom{11}{4} (0/5)$ طریق این امر امکان‌پذیر است.	۱/۵
۱۶	با اعمال جایگشت $3 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 2, 1 \rightarrow 3$ مربع لاتین B را می‌نویسیم. ($0/25$) $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} (0/5)$ از کنار هم قرار دادن اعداد مربع‌های لاتین A و B ملاحظه می‌کنیم که این دو ماتریس متعامد نیستند، زیرا عدد دو رقمی تکراری داریم. ($0/25$) $\begin{pmatrix} 31 & 22 & 13 \\ 13 & 31 & 22 \\ 22 & 13 & 31 \end{pmatrix} (0/25)$	۱/۲۵
۱۷	فرض کنیم B یک زیر مجموعه ۴۳ عضوی از A باشد، اعضای B را به عنوان ۴۳ کبوتر در نظر می‌گیریم. سپس مجموعه A را به ۴۲ زیر مجموعه ۲ عضوی زیر افراز می‌کنیم و آن‌ها را به عنوان ۴۲ لانه در نظر می‌گیریم. که در هر مجموعه، مجموع دو عضو ۸۵ باشد. $A_1 = \{1, 84\}, A_2 = \{2, 83\}, \dots, A_{42} = \{42, 43\}$ حال اگر ۴۳ کبوتر به هر صورت دلخواه بخواهند لانه‌ها را اشغال کنند، آنگاه حداقل یک لانه وجود دارد که در آن ۲ کبوتر واقع است به طوری که مجموعشان ۸۵ می‌شود. ($0/25$)	۱
۲۰	جمع نمره	«موفق و پیروز باشید.»